Université Sultan Moulay Slimane

Faculté Polydisciplinaire Béni-Mellal

S2 - SEG - ANNÉE 2017-2018

Professeur : Hicham EL MOUSSAOUI

Série 1

Isoquantes et fonctions de production

Exercice I : Facteurs parfaitement substituables/parfaitement complémentaires

1. On peut fabriquer une certaine sorte de tuyau, soit en plastique (facteur x_2), soit en fibres de verre (facteur x_1) ou encore en un mélange des deux (plastique et fibres). Pour fabriquer 1 mètre de tuyau d'un diamètre donné, il faut soit 2 kg de fibres de verre, soit 3 kg de plastique, soit toute combinaison linéaire de ces deux quantités. Écrivez la fonction de production de tuyau. Dessinez une isoquante type. Commenter.

2. Pour fabriquer du fil électrique, il faut 400 grammes de cuivre par mètre et 200 grammes de plastique pour assurer son isolation. Écrivez la fonction de production de fil électrique (isolé), avec x_1 : la quantité utilisée du plastique, et x_2 : la quantité utilisée du cuivre. Dessinez une isoquante type. Commenter.

Exercice II: Fonction de Leontieff

Pour fabriquer chaque tonne d'acier, une entreprise utilise toujours 3 travailleurs et 10 tonnes de fer.

1. En notant respectivement x_1 et x_2 les quantités utilisées du fer et du travail, écrire la fonction de production correspondante. Justifiez

2. Si l'entreprise dispose de 150 travailleurs et de 400 tonnes de fer, déterminer le niveau maximal de production qu'elle peut obtenir. Quel est le facteur sous-utilisé ?

3. De Combien de travailleurs et de tonnes de fer a besoin l'entreprise pour produire 60t d'acier ? 80 t ? 100 t ?

4. Donner l'équation générale de l'isoquante et représenter les isoquantes correspondantes aux niveaux d'output 60t, 80t et 100t.

Exercice III : Fonction Cobb-Douglass

Une entreprise fabrique un bien Q et à l'aide de deux facteurs de production : le capital (K) et le travail (L). Les deux facteurs sont utilisés de manière interchangeable avec un taux variable. Sachant que l'échelle de production est égale à l'unité, l'élasticité de production par rapport au travail est égale à 0,25 et que l'élasticité de production par rapport au capital est égale aussi à 0,25 :

1. Ecrire la fonction de production.

2. Représenter graphiquement 2 isoquantes associées respectivement aux niveaux d'output : $Q_0 = 2$ et $Q_1 = 4$. Commenter.

3. Supposons que K est fixé : $K = K_0 = 4$, interpréter cela économiquement. Quelle sera alors la quantité du facteur travail que l'entreprise devra employer pour dégager un niveau de production égal à 5 unités produites ?

4. Calculer le $TMST_{K/L}$ de deux manières. Interpréter.

<u>Exercice IV : de la fonction de production à l'isoquante</u>

Soit la fonction de production suivante : $Q = AK^{\alpha} L^{1-\alpha}$, avec $A = 1$, $\alpha = 0,5$.

1. En faisant varier K de 1 à 6 et L de 1 à 6 également, déterminer les quantités d'output obtenues en combinant le capital et le travail.

2. Que constatez-vous pour les couples :

K	**L**
4	1
2	2
1	4

3. Que représente le lien géométrique de ces combinaisons productives ?

4. Donner l'équation de l'isoquante et représentez-la graphiquement.

5. En supposant toujours que $A = 1$ et $\alpha = 0,5$, on obtient le tableau suivant :

Combinaison productive	**K**	**L**	**Q**
A	12	3	6
B	9	4	6
C	6	6	6
D	4	9	6
E	2	18	6

6. Calculer le taux marginal de substitution technique $TMST_{K/L}$ lorsque l'on substitue progressivement :
la combinaison B à la combinaison A
la combinaison C à la combinaison B
la combinaison D à la combinaison C
la combinaison E à la combinaison D

7. Expliquer l'évolution du TMST

Université Sultan Moulay Slimane

Faculté Polydisciplinaire Béni-Mellal

S2 - SEG - ANNÉE 2017-2018

Professeur : M. Hicham EL MOUSSAOUI

Série 2 : Rendements et productivités

Questions de réflexion :

1. Suite à l'embauche d'un travailleur supplémentaire dans un atelier, toutes choses étant égales par ailleurs, la productivité moyenne des travailleurs de l'entreprise a augmenté. Peut-on par conséquent affirmer que la loi des rendements marginaux décroissants ne s'applique pas encore dans cet atelier ? (Votre justification doit comprendre un graphique.)

2. Si la loi des rendements marginaux décroissants s'applique :

- la productivité totale est nécessairement décroissante
- la productivité moyenne est nécessairement décroissante

3. Est-il possible qu'un processus de production soit caractérisé à la fois par la décroissance du produit marginal d'un input et par des rendements d'échelle croissants, et inversement ? Donner des exemples.

Exercice I : Loi des rendements marginaux décroissants et phase de production rationnelle (efficiente)

La fonction de production d'une firme est telle que : $Q = f(K,L) = -(LK)^3 + 4\,L^2K + 3LK$

Dans laquelle K et L symbolisent respectivement le facteur capital et le facteur travail. En supposant que le stock de capital donné et égal à l'unité, déterminez :

1. Les fonctions de productivités moyennes et marginales du travail.

2. Les quantités de travail qui maximisent chacune des productivités totale, moyenne et marginale de ce facteur

3. Les quatre phases techniques de production et expliquer comment le produit marginal de travail détermine l'évolution du produit total et du produit moyen.

4. La phase de décision rationnelle (expliquez) qui permet l'utilisation optimale des facteurs de production.

Exercice II : Utilisation de la loi des rendements marginaux décroissants

A la suite d'une enquête dans une entreprise fabriquant un bien à l'aide d'un stock d'équipement donné K_0 et du facteur travail. L'évolution de la quantité produite par unité de travail utilisée est donnée par le tableau suivant :

Nombre d'unités de travail	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Production par unité produite	0	10	12	13	13	12,2	11	9,4	8

1. Compléter le tableau en calculant la productivité totale et la productivité marginale du facteur travail.
2. Cette fonction de production obéit-elle à la loi des rendements marginaux décroissants ? Expliquez.
3. Représenter graphiquement les trois courbes de productivité de travail et délimiter à partir de ce graphique la zone dans laquelle on observe:
   - Une augmentation simultanée de la productivité totale, de la productivité moyenne et de la productivité marginale.
   - Une augmentation de la productivité totale et une diminution des productivités moyenne et marginale

4. Avant de connaitre les résultats de cette enquête, le nombre d'unités de travail utilisé pour la fabrication du bien était égal à 6. En raisonnant par rapport à cette position, que devra décider l'entrepreneur, si le stock d'équipement ne peut être modifié, pour :
   - Rendre la productivité du travailleur supplémentaire maximale
   - Atteindre le maximum de productivité totale
   - Maximiser à la fois la productivité moyenne et la productivité marginale du travail

5. Délimiter sur le graphique les différentes phases de production et en déduire la phase de production rationnelle.

Exercice III : Rendements factoriels et rendements d'échelle

Soit la fonction de production suivante : $Q = 2KL^2$, où : K est la quantité de capital et L est la quantité de travail.

1. Déterminer les expressions des productivités moyennes et marginales des facteurs

2. Si K = 25, la loi des rendements marginaux décroissants s'applique-t-elle pour le facteur L? Expliquez.

3. Le propriétaire de cette entreprise veut doubler son volume de production. Il considère donc doubler tous ses facteurs de production. A-t-il raison? Expliquez. Par ailleurs, en augmentant les quantités utilisées du facteur travail de 100%, il pense doubler la quantité produite. A-t-il toujours raison ? Expliquer.

Université Sultan Moulay Slimane

Faculté Polydisciplinaire Béni-Mellal

S2 - SEG - ANNÉE 2017-2018

Professeur : Hicham EL MOUSSAOUI

Série 3 : Equilibre du producteur

Exercice I : Equilibre et rationalité du producteur

La production d'un bien est assurée à l'aide de deux facteurs, le capital (K), le travail (L). Les rémunérations des deux facteurs travail et capital sont égales à 2 u.m. Les niveaux de production correspondant aux différentes combinaisons productives sont donnés au tableau suivant :

Combinaison productive	K	L	Q
A	6	2	200
B	4	3	200
C	3	5	200
D	5,5	1,5	175
E	3,5	2,5	175
F	2	5	175
G	4	1,5	140
H	2,7	2,3	140
I	2	4	140
J	3,5	1	100
K	2	2	100
L	1	4	100
M	3,5	0,5	65
N	1,5	1,5	65
O	1	3	65
P	2,5	0,5	35
Q	1	1	35
R	0,5	2,5	35

1. Définir de manière concise le comportement rationnel du producteur

2. Déterminer la combinaison optimale des deux facteurs lorsque l'objectif du producteur est de réaliser une production Q = 175. Vérifiez si la combinaison optimale permet de maximiser le profit du producteur sachant que le prix unitaire du bien est de 0,4 u.m.

3. Quelle sera la demande optimale des deux facteurs lorsque le producteur ne peut pas dépenser plus de 8 u.m.

Exercice II : Optimum du producteur contraint par son budget/le marché

Un agriculteur, opérant dans un marché concurrentiel, a une fonction de production de la forme : $Q(K,L) = 5K^{0,6}L^{0,4}$. Le prix d'une unité de travail est de 2 u.m, celui d'une unité de capital est de 4 u.m.

1. Le budget de l'agriculteur est de 35 u.m. Déterminer (par la méthode de Lagrange) les demandes optimales des deux facteurs (vérifiez les conditions de second ordre). En déduire la production et le profit de la firme à l'optimum pour un prix de l'output p = 2.

2. Quel sera le choix optimal du producteur si son budget augmente de 100%, les prix des facteurs étant constants ? Si son budget et les prix des facteurs augmentent simultanément de 100% ?

3. En supposant que l'agriculteur souhaite passer à une production de Q = 10, quelles sont les quantités optimales de K et de L qu'il choisirait ? (les conditions de second ordre sont-elles vérifiées ?).

Exercice III : Equilibre du producteur contraint par son marché/budget

La fonction de production d'un producteur est telle que : $Y = L^{0,3}K$, avec Y : volume de production, L = quantité de travail, K = quantité de capital. Le prix du travail, $P_L = 3$, et le prix du capital, $P_K = 10$.

1. Déterminer le budget minimal du producteur si celui-ci veut produire 100 unités (vérifier les conditions de second ordre).

2. Le prix du travail double tandis que le prix du capital reste identique. Si le producteur veut toujours produire 100 unités, combien devra-t-il utiliser de capital et de travail ? Quel sera le nouveau coût de production ?

3. On suppose maintenant que le budget du producteur est égal à 450 unités monétaires (u.m). Quel volume de production pourra-t-il produire compte tenu du nouveau système de prix des facteurs ? (vérifier les conditions de second ordre)

Exercice IV : Equilibre du producteur : cas de la technologie Leontief

Une firme utilise une technologie de production qui peut se traduire par la fonction suivante :

$$Q(K,L) = \mathrm{Min}(2K,4L)$$

1. Représenter graphiquement dans un repère (K,L) les isoquantes de cette fonction de production correspondant à une quantité produite de 40, 80 et 120.

2. On suppose que cette firme dispose d'un budget de 1100 u.m pour produire, qu'elle utilise un facteur fixe qui lui coûte 100 u.m et que les prix des facteurs sont de 20 u.m pour le capital et 10 u.m pour le travail. Quelles seront les quantités de facteurs optimales ?

Université Sultan Moulay Slimane

Faculté Polydisciplinaire Béni-Mellal

S2 - SEG - Année 2017-2018

Professeur : Hicham EL MOUSSAOUI

Série 4

Théorie des coûts

Exercice 1 : La fonction de coût à partir d'une fonction de production de type Cobb-Douglas

Une entreprise utilise une technologie de production formalisée par la fonction de production suivante : $Q(K,L) = 2K^{0,25}L^{0,25}$

1. Déterminer l'équation du sentier d'expansion, sachant que le taux de rémunération du capital, r, est égal à l'unité et le taux de rémunération du travail, w, est égal à 16 u.m. Les coûts fixes sont évalués à 10 u.m.

2. Donner l'expression de la fonction de coût de cette entreprise

3. Calculer le coût marginal et le coût moyen

4. Supposons que suite à l'utilisation d'une nouvelle technologie, le processus de production est caractérisé par une nouvelle fonction de production : $Q(K,L) = (2k^2 + 2L^2)^{0,5}$. Quelle est la fonction de coût correspondante à la nouvelle fonction de production sachant que r = 70 u.m et w = 10 u.m et le coût fixe est égal à 30 u.m. En déduire le coût moyen et le coût marginal.

Exercice 2 : CT, CV, CF, Cm, CM, CVM, CFM

1. Voici quelques données sur les coûts d'une entreprise opérant sur un marché parfaitement concurrentiel. Complétez le tableau suivant en arrondissant au dirham près.

Q	CT	CV	CF	Cm	CM	CVM	CFM
0							
1				5			
2					30		
3						13	
4	105						10
5		110					
6				50			

2. Le coût fixe total d'une entreprise est de 60 000 DH. Le coût variable moyen est de 20 DH et le coût (total) moyen de 30 DH. A quoi est égal le niveau de production de la firme ?

<u>Exercice III : Seuil de rentabilité, seuil de fermeture</u>

Considérez une entreprise opérant à court terme en concurrence pure et parfaite avec une fonction de coût total suivante : $CT(q) = q^2 + 10q + 100$

1. Donner les expressions des fonctions de coût moyen, de coût marginal, de coût variable moyen

2. A partir de quel prix l'entreprise commence à réaliser du profit ?

3. L'entreprise a-t-elle intérêt à continuer à produire si le prix du bien est égal à 9 ?

<u>Exercice IV : fonctions de coût de court terme</u>

Une entreprise utilise une technologie de production telle que la famille de fonctions de coût de court terme s'écrit : $C(Q) = 2Q^2 - Q + 2$,

Déterminer la fonction d'offre de court terme de l'entreprise